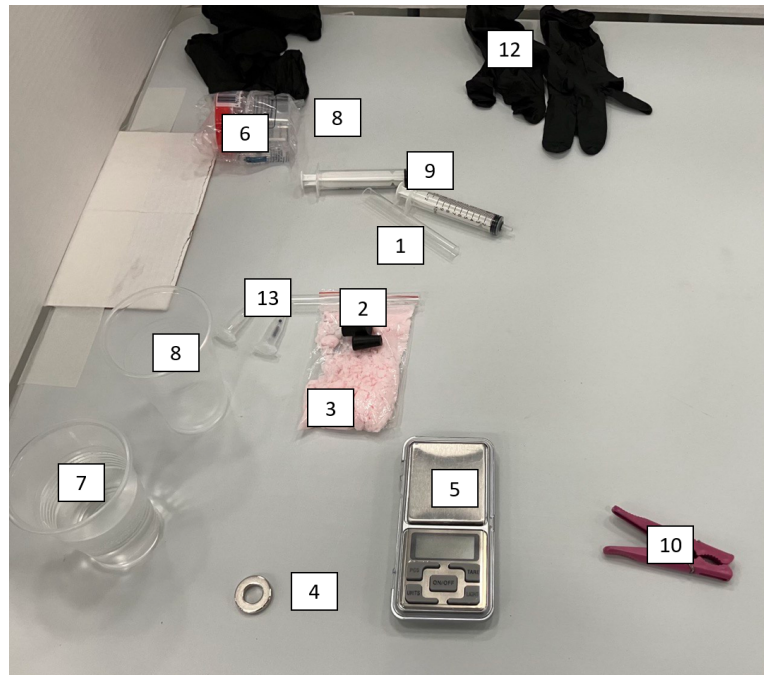


S1A - Маглев

Оборудование:

1. Трубка из оргстекла
2. Две пробки для трубки
3. Порошок 4-гидратированного хлорида марганца $MnCl_2$
4. Неодимовый магнит
5. Весы
6. Баночка для анализов
7. стакан с водой
8. стакан для слива
9. Два шприца 10 мл
10. Прищепка
11. Пластиковая ложка
12. Перчатки (M/L/S)
13. Шарики в пробирках



Примечание: Ни в коем случае нельзя употреблять порошок в любом виде, не глотайте шарики, не подносите магнит слишком близко к весам, будьте осторожнее с магнитом, он может разбиться.

Плотность воды	$\rho_w = 1.00 \text{ г/см}^3$
Число Авогадро	$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ 1/МОЛЬ}$
Намагниченность магнита:	$\mu_0 M = 1.19 \text{ Тл}$
Молярная масса воды	$\mu_{H_2O} = 18.0 \text{ г/МОЛЬ}$
Молярная масса хлорида марганца	$\mu_{MnCl_2} = 125,8 \text{ г/МОЛЬ}$
Плотность раствора хлорида марганца	$\rho_e = \rho_w + \beta \cdot (m_e/m_w - 1), \beta = 0,351 \text{ г/см}^3$, где m_e - масса раствора, а m_w - изначальная масса чистой воды, использованной для его приготовления. Предельное отношение, которое вам может понадобиться $m_e/m_w = 2.3$
Ускорение свободного падения	$g = 9.8 \text{ м/с}^2$

Теория

Магнитных зарядов в природе не существует, но они являются удобным инструментом в расчёте полей. Магнитный заряд q_M создают такое же по форме поле как электрический заряд:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q_M}{4\pi} \frac{\vec{r}}{r^3}.$$

Магнитный дипольный момент нескольких магнитных зарядов $q_{M,i}$ равен $\vec{m} = \sum \vec{r}_i q_{M,i}$



A1 Пользуясь методами известными из электростатики, выведите поле точечного магнитного диполя с дипольным моментом \vec{m} . **0.4**

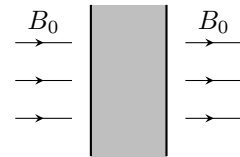
Будем называть упругим диполем диполь, дипольный момент которого пропорционален внешнему полю:

$$\vec{m} = \alpha \cdot \vec{B}.$$

Величину α называют поляризуемостью диполя.

A2 Найдите энергию упругого диполя в магнитном поле B , направленном вдоль оси z . Ответ выразите через α и B . **0.4**

A3 Пусть молекулы некоторого вещества имеют поляризуемость α и концентрация этих молекул n (размерность $1/\text{м}^3$). Рассмотрите поведение плоского слоя такого вещества во внешнем однородном магнитном поле и определите магнитную проницаемость вещества μ_e . Пренебрегайте влиянием частиц друг на друга, т.е. работайте в приближении $|\mu_e - 1| \ll 1$. Ответ выразите через α , n и μ_0 . **0.4**



Теперь обсудим поведение шара, обладающего магнитными свойствами, во внешнем магнитном поле. Имейте в виду, что поведение магнитных веществ во внешних полях полностью эквивалентно поведению диэлектриков в электрических. Шар радиуса R с магнитной проницаемостью μ_s поместили в однородное поле \vec{B}_0 . Пользуясь опытом электростатики, угадаем распределение полей в пространстве:

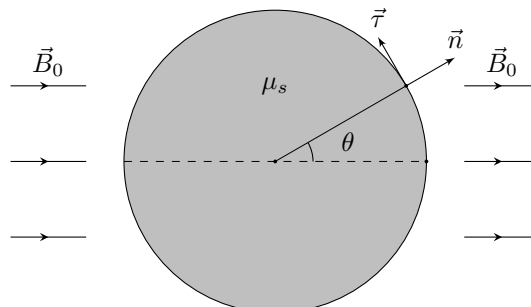
- Внутри шара поле постоянно, сонаправлено с внешним полем и равно \vec{B}_{in} ;
- Снаружи шара поле является суперпозицией внешнего поля \vec{B}_0 и поля магнитного диполя $\vec{m} = \alpha_s \cdot \vec{B}_0$, находящегося в центре шара.

Когда контур, используемый в теореме о циркуляции вектора \vec{B} , проходит через несколько сред и $\mu(\vec{r})$ является функцией координат, теорему о циркуляции удобно записывать следующим образом:

$$\oint \frac{\vec{B}(\vec{r})}{\mu(\vec{r})\mu_0} d\vec{l} = I,$$

где I - ток, пронизывающий контур. Теорема Гаусса для магнитного поля никак не меняет свой вид, когда поверхность лишь частично проходит через несколько сред.

A4 Запишите граничные условия на $B_n(\theta)$ и $B_\tau(\theta)$. **0.8**



A5 Используя граничные условия, найдите \vec{B}_{in} и α_s . Ответы выразите через \vec{B}_0 , μ_s и R . **0.8**

От решенной нами задачи легко перейти к случаю, когда шар помещен в среду с проницаемостью μ_e . Для этого нужно просто сделать замену $\mu_s \rightarrow \mu_s/\mu_e$ в итоговых ответах.

Материалы выданных вам шариков практически не проявляют магнитных свойств и для них будем считать, что выполняется $\mu_s = 1$. Раствор MnCl_2 , который играет роль окружающей среды, является сильным парамагнетиком и за его магнитные свойства ответственны ионы марганца Mn^{2+} . При этом соль MnCl_2



диссоциирует полностью, то есть молярная концентрация ионов MnCl_2 равна молярной концентрации добавленной в сухом виде соли.

Для раствора MnCl_2 выполняется, что

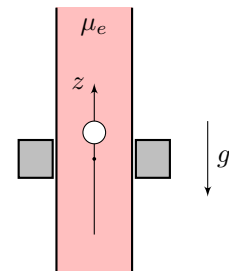
$$\mu_e(c) - 1 = \chi_e(c) = a \cdot c$$

где c - молярная концентрация ионов Mn^{2+} . Хотя раствор и является сильно парамагнитным, для него выполняется, что $\chi_e \ll 1$.

A6 Выразите α_s для немагнитного шарика в растворе MnCl_2 через a , c и R .

0.5

Теперь рассмотрим поведение немагнитного шарика в растворе MnCl_2 в поле кольцевого магнита. Будем считать что шар в неоднородном поле поляризуется как если был в однородном \vec{B} , которое в отсутствие шара в его центре. Ось z является осью кольцевого магнита, $z = 0$ соответствует центру магнита. На оси z магнитное поле, создаваемое магнитом, равно $B(z)$. Плотность раствора равна ρ_e . Плотность шарика равна ρ_s . Энергия шарика W складывается из энергии магнитного диполя с поляризуемостью α_s и энергии шарика в поле силы тяжести.



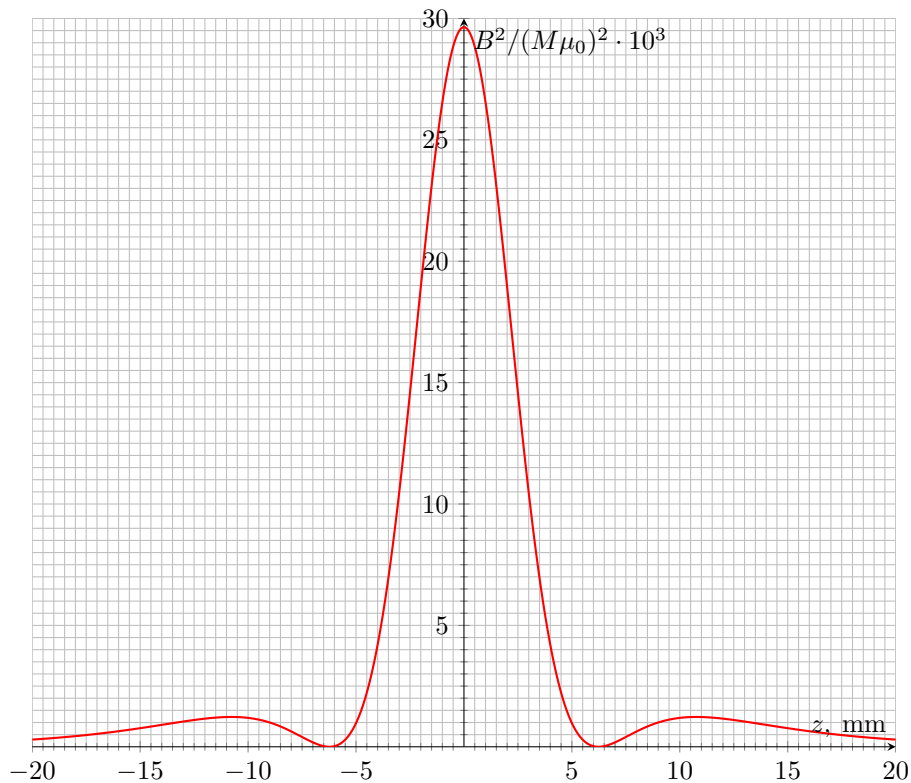
A7 Найдите W для шарика, находящегося на оси. Выберите константы так, что магнитная энергия на бесконечности равна нулю; энергия в поле силы тяжести равна нулю при $z = 0$. Выразите ответ через ρ_s , ρ_e , g , R , α_s , $B(z)$ и z .

1.0

A8 Энергия, полученная в A7, оказывается пропорциональной объему шарика. Найдите удельную энергию шарика $w = W/V$. Ответ выразите его через a , c , μ_0 , $B(z)$ и g , z , ρ_e , ρ_s .

0.2

Ниже приведён график зависимости $B^2(z)/(\mu_0 M)^2$ от z для выданного магнита.



В эксперименте можно наблюдать разные случаи поведения шарика в растворе



Случай	при отсутствии магнита	в присутствии магнита
1	всплывает	нет положений равновесия
2	всплывает	1 положение равновесия - под магнитом
3	всплывает	2 положения равновесия
4	тонет	2 положения равновесия
5	тонет	1 положение равновесия - над магнитом
6	тонет	нет положений равновесия

A9 Определите при каких условиях на c и $\rho_s - \rho_e$ реализуются каждый из случаев. Выразите их в терминах a , c , μ_0 , M , g и значений, характеризующих график зависимости $B^2(\mu_0 M)^2$ от z . **2.0**

Эксперимент

A10 Заткните трубку с одной стороны пробкой, залейте раствор. Расположите магнит примерно по середине уровня раствора. Изменяя концентрацию MnCl_2 в растворе, как можно точнее измерьте границу перехода из одного случая в другой из **С6** для каждого выданного типа шариков. Концентрацию раствора MnCl_2 записывайте в терминах m_e/m_w , где m_e - полная масса раствора, а m_w - масса чистой воды, использованной для его приготовления. **1.5**

A11 Выданный вам порошок это не чистый MnCl_2 а 4-гидратированный $\text{MnCl}_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$, т.е. на каждую молекулу MnCl_2 в порошке приходится четыре молекулы H_2O . При растворении этого порошка в жидкой воде он распадается на ионы Mn^{2+} и Cl^- , а вода приобретает жидкую форму. Выразите молярную концентрацию c ионов марганца Mn^{2+} в растворе. Для ответа используйте ρ_e , m_e/m_w , $\mu_{\text{H}_2\text{O}}$ и μ_{MnCl_2} . **0.5**

A12 По вашим данным рассчитайте значения χ_e от c и постройте график этой зависимости. **1.0**

A13 Найдите поляризуемость ионов магния $\alpha_{\text{Mn}^{2+}}$. **0.5**