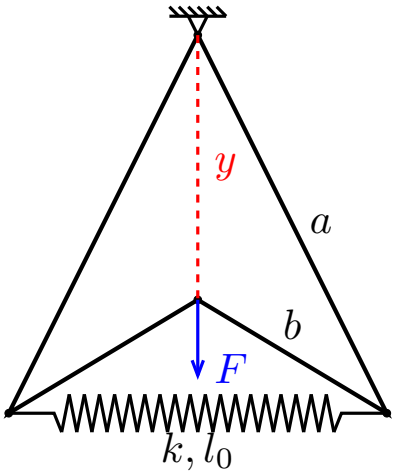
Пружинки, нитки и палки

Часть А. Дельтоид с пружиной (7.0 баллов)

Дельтоид — четырехугольник, у которого по две смежные стороны равны (в отличие от параллелограмма, у которого равны противоположные стороны). Эта фигура обладает рядом интересных свойств: например, диагонали дельтоида перпендикулярны. Рассмотрим шарнирную систему в форме дельтоида: четыре легких стержня (два длиной a и еще два длиной $b < a$) образуют дельтоид, который может двигаться в вертикальной плоскости. Одна из его диагоналей вертикальна, а другая – горизонтальна (см. рисунок). При этом шарнир, соединяющий стержни длиной a, закреплен, а к противоположному шарниру прикладывается сила или подвешивает груз. К шарнирам горизонтального диаметра прикреплена пружина, длина которой в нерастянутом состоянии $l_0 < 2b$, а коэффициент жесткости равен k.



Исследуем, как длина вертикальной диагонали y зависит от прикладываемой к системе силы F. Будем считать, что $F > 0$, если прикладываемая сила направлена вниз, и $F < 0$ в ином случае.

A1 В каком диапазоне может изменяться y? **0.2**

A2 Определите, какие значения может принимать y при $F = 0$. Какие из них соответствуют устойчивым положениям системы? **0.5**

A3 Нарисуйте качественный график зависимости потенциальной энергии системы $U(y)$, укажите характерные значения. **0.5**

A4 При каких значениях y выполняется $F > 0$? **0.3**

Рассмотрим процесс, который совершают с этой системой: вначале F плавно увеличивают от $-\infty$ до $+\infty$, потом плавно уменьшают назад до $-\infty$.

A5 Нарисуйте качественный график $F(y)$ в этом процессе. **1.0**

Перейдём к численному анализу зависимости $F(y)$. Рассмотрим случай $l_0 = b$, $a = 2b$. Обозначим $\gamma = y/b$, $f = F/(kb)$.

A6 Получите зависимость $f(\gamma)$. **1.5**

A7 Заполните таблицу значений для зависимости $f(\gamma)$. **1.0**

A8 Постройте график зависимости $f(\gamma)$. Загрузите скриншот этого графика. **0.5**

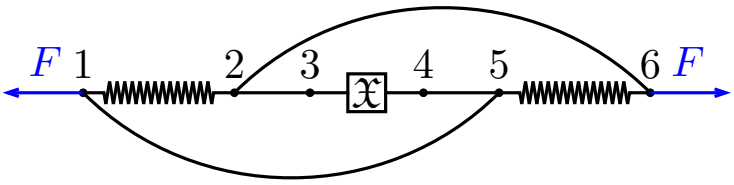
A9 При каких значениях γ система может находиться в устойчивом равновесии? **1.0**

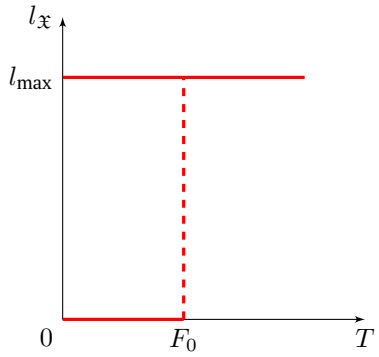
A10 Нарисуйте качественный график, как зависит y для системы в устойчивом положении равновесии от силы F в случае $l_0 \ll b$. **0.5**

Часть B. Это реально? (3.0 баллов)

Рассматриваемая в прошлой части система имеет интересное свойство: у неё есть два режима работы (большие длины и малые длины), между которыми она резко переходит при приложении достаточно большой силы. С помощью такого механизма можно создавать множество различных систем с возможностью резкого переключения между различными режимами работы. Порой работа таких систем может выглядеть парадоксально.

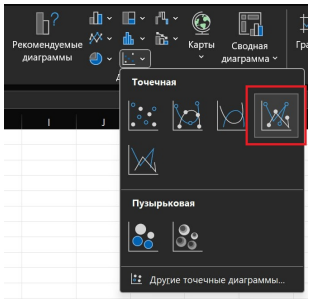
Рассмотрим систему, показанную на рисунке ниже. Она состоит из двух одинаковых пружин (1-2 и 5-6) с жёсткостью k и начальной длиной l_0, двух длинных нитей (1-5 и 2-6) длиной $31l_0/10$, двух коротких нитей (2-3 и 4-5) длиной $l_0/2$ и секретного элемента $\mathfrak{X}$.





$\mathfrak{X}$ может находить в двух различных режимах работы: изначально его длина равна нулю и сохраняется, пока сила натяжения элемента не достигнет $F_0 = kl_0$, после чего он резко растягивается до длины $l_{\max} = l_0$ и сохраняет эту длину независимо от прикладываемой растягивающей силы. (График зависимости длины $\mathfrak{X}$ от его силы натяжения T показан ниже.)

Систему растягивают, плавно увеличивая силу F от 0 до $10F_0$, а потом плавно уменьшают силу до 0.

B1 Заполните таблицу значений, соответствующих зависимости длины системы в единицах l_0 (то есть $L_{\text{системы}}/l_0$) от прикладываемой силы в единицах F_0 (то есть F/F_0). **2.5**

B2 Постройте график зависимости из пункта B1. Загрузите скриншот этого графика. График должен выглядеть как ломаная (т.е. нужно при создании графика выбрать указанный на картинке тип). **0.5**