

"Электро-статические" аналогии

Закон Ома описывает линейную зависимость между силой тока I на участке электрической цепи и электрическим напряжением U на этом участке: $I = \frac{1}{R} \cdot U$, где R – электрическое сопротивление данного участка.

Аналогично записывается закон Гука, согласно которому сила упругости F , возникающая при деформации упругого тела (пружины, стержня и т.д.), пропорциональна изменению длины тела Δl : $F = k \cdot \Delta l$, где k – коэффициент упругости (жесткости) тела. Если $F > 0$ ($\Delta l > 0$), пружина является растянутой. Если $F < 0$ ($\Delta l < 0$), то пружина сжата.

Рассмотрим участок электрической цепи, состоящий из трех резисторов с сопротивлениями R_1, R_2, R_3 (см. рис. 1). Для узла B запишем соотношение для сил токов: $I_1 = I_2 + I_3$. Также общее напряжение U_0 между точками A и C равно сумме напряжений: $U_0 = U_1 + U_2 = U_1 + U_3$.

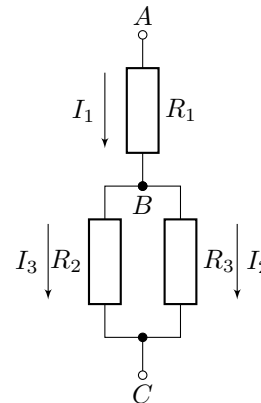


Рис. 1

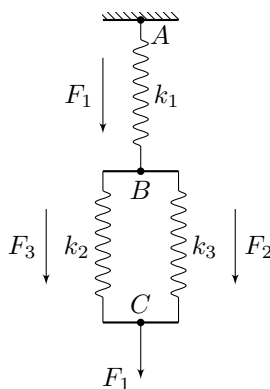


Рис. 2

Аналогичный вид имеет механическая система, состоящая из трех легких пружин с коэффициентами жесткости k_1, k_2 и k_3 , подвешенная к потолку (см. рис. 2). Считайте, что изначально в системе пружины не деформированы. Из условия равновесия для точки B можно записать: $F_1 = F_2 + F_3$, где F_1, F_2 и F_3 – силы упругости в соответствующих пружинах. Суммарную деформацию всей системы Δl_0 можно представить как сумму деформаций: $\Delta l_0 = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l_1 + \Delta l_3$, где $\Delta l_1, \Delta l_2$ и Δl_3 – деформации соответствующих пружин.

В дальнейшем при решении во всех частях задачи считайте, что элементы, которые соединяют пружины, легкие, недеформируемые и параметры системы подобраны так, что эти элементы не поворачиваются под нагрузкой (например, движутся вдоль гладких вертикальных направляющих), пружины при любых деформациях остаются вертикальными и никогда не оказываются сжатыми настолько, что витки плотно прижаты друг к другу.

Часть А. "Простая" система (2 балла)

Уравнения, описывающие электрическую цепь и механическую систему, аналогичны. Например, обратная жесткость пружины $1/k$ в механической системе является величиной, аналогичной электрическому сопротивлению R в электрической цепи.

A1 К точке C (рис. 2) приложена сила F_1 , направленная вертикально вниз. Чему равна деформация Δl_2 пружины с коэффициентом жесткости k_2 в этом случае? Ответ выразите через величины k_1, k_2, k_3 и F_1 . **1.0**

A2 Определите эффективный коэффициент жесткости k_0 системы пружин AC , представленной на рис. 2. Ответ выразите через величины k_1, k_2 и k_3 . **1.0**

Примечание. Эффективным коэффициентом жесткости системы в данном случае называется отношение модуля силы, приложенной к точке C , к модулю перемещения точки приложения этой силы.

Часть В. "Симметричная" система (3.5 балла)

Система, показанная на рис. 3, состоит из одинаковых легких пружин с коэффициентами жесткости k . Пружины изначально не деформированы.

B1 Определите эффективную жесткость k_E системы, если при- 1.0
кладывать к точке E силу, направленную вертикально вниз.
Ответ необходимо выразить через величину k .

B2 Определите эффективную жесткость k_Y системы, если при- 2.5
кладывать к точке Y силу, направленную вертикально вниз.
Ответ необходимо выразить через величину k .

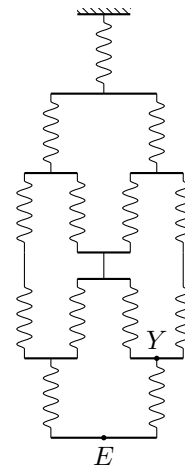


Рис. 3

Часть С. "Бесконечная" система (4.5 балла)

Система, показанная на рис. 4, состоит из бесконечного числа легких пружин с одинаковыми коэффициентами жесткости k . Пружины изначально не деформированы.

C1 Определите эффективную жесткость k_∞ системы, если при- 1.5
кладывать к точке H силу, направленную вертикально вниз.
Ответ необходимо выразить через величину k .

C2 Определите деформацию Δl_x пружины « x », если к точкам G 1.5
и H приложить две одинаковые силы F , направленные вер-
тикально вниз. Ответ необходимо выразить через величины
 F и k .

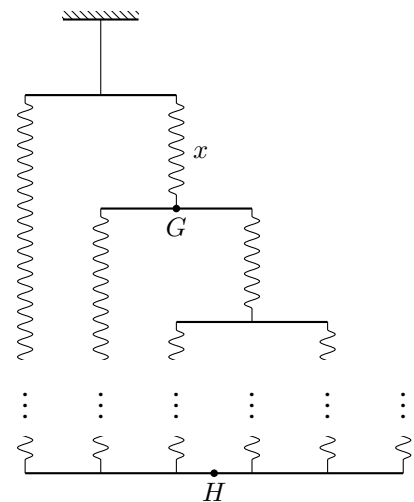


Рис. 4