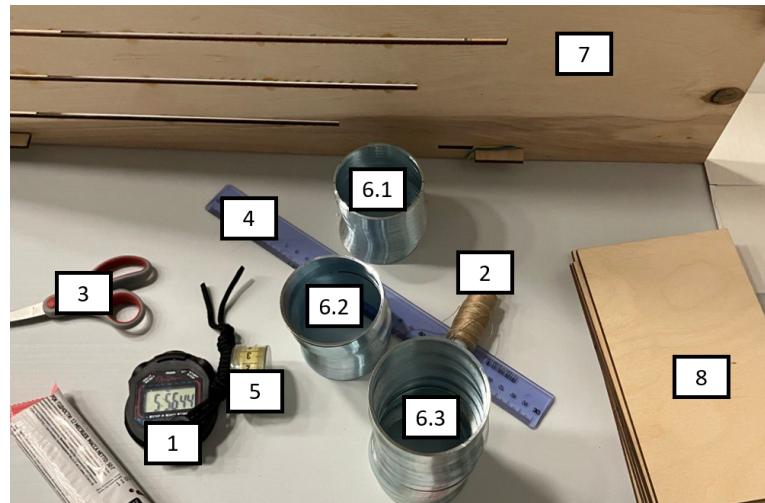


J3 Слинки

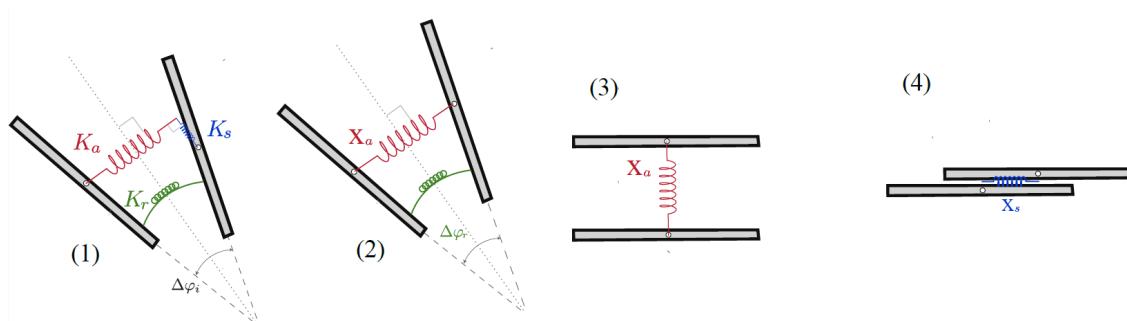
Оборудование

1. Секундомер
2. Нитки
3. Ножницы
4. Пластиковая линейка
5. Мерная лента
6. Пружина слинки (три штуки)
7. Стойка деревянная
8. Шесть деревянных плашек для ступенек
9. Канцелярская резинка по требованию



Пружина нулевой эффективной длины (ПНД) — это пружина, у которой сила упругости пропорциональна длине самой пружины. Она подчиняется закону Гука: $F = \kappa L$ для $L > L_0$, где L_0 — длина сжатой пружины, L — растяжение пружины. Выданная вам игрушка «слинки» подчиняется этому закону.

Одно её отдельное кольцо тоже можно считать пружиной нулевой эффективной длины. Таким образом, целая «слинки» представляется в виде большого количества таких маленьких пружинок, скрепленных последовательно. Чтобы полностью описать все характеристики пружины, можно рассмотреть два соседних деформированных кольца. Пружина описывается тремя коэффициентами жесткости. K_a отвечает за растяжение, K_r — кручение и K_s — сдвиг. При деформации двух соседних колец между ними возникают соответствующие силы $F_a = K_a x_a$, $F_s = K_s x_s$ и момент сил, скручивающих пружину в исходное состояние, $M_r = K_r \Delta \varphi_r$. На рисунке показаны простейшие случаи деформации соседних колец (2), (3), (4) и произвольный случай деформации (1).



(1) Произвольный случай деформации. (2) Симметричная деформация кручения влечет и растяжение пружины. (3) Обычное растяжение. (4) Деформация сдвига без растяжения и кручения.

В разделах 1-3 используйте пружину №1 Во всей работе считайте, что $X_s = 0$. В данной работе не требуется оценка погрешностей!

Часть А. Знакомство

Плотность материала пружинки $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$

Ширина прямоугольного сечения металлической ленты, из которой сделана пружинка $b = 1,75 \text{ мм}$

A1 Определите толщину h прямоугольного сечения металлической ленты, из которой сделана пружинка. В 0.5 качестве ответа запишите значение h в миллиметрах.



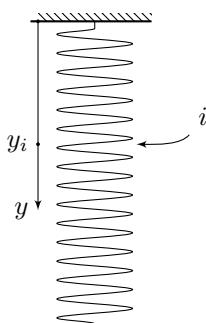
A2 Измерьте внешний диаметр поперечного сечения пружины D . В качестве ответа запишите значение D в **0.5** миллиметрах.

A3 Вычислите массу пружинки M_0 . В качестве ответа запишите значение M_0 в граммах. **1.0**

Часть В. Подвешенное состояние

Подвесим пружинку за верхний конец так, как показано на фотографии.

Координату i -го кольца будем обозначать y_i а его силу упругости T_i . Ось y направлена вниз, закрепленное кольцо имеет номер 0 и $y_0 = 0$.

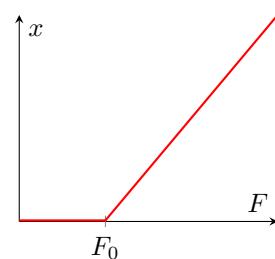


B1 Измерьте координату y_i каждого кольца этой пружинки. Постройте график зависимости координаты кольца y_i от его номера i . Заполните таблицу «B1.xlsx» и сдайте ее в качестве ответа. Обязательно постройте график y_i от i . **1.0**

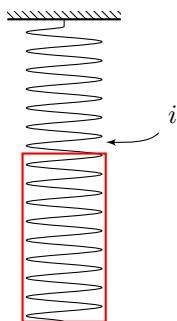
Каждое кольцо пружины подчиняется модифицированному закону Гука:

$$x = \begin{cases} 0, & F < F_0 \\ (F - F_0)/K_a, & F > F_0 \end{cases},$$

где K_a - продольная жесткость, F_0 - предсжатость. Предсжатость – это минимальная сила F_0 , которую необходимо приложить для того, чтобы началась деформация.



B2 Вычислите значение F_0 . Если для определения F_0 вы сделали некоторые измерения, то опишите их ТОЛЬКО с помощью рисунка и укажите результаты прямых измерений. Ответ запишите на листе ответов **B2**. В системе moodle в качестве ответа напишите «rdy». Предсжатость необходимо учитывать только в этой части при выводе теоретических формул. **0.2**



B3

0.3

Запишите 2-ой закон Ньютона для части пружины, которая висит ниже i -го кольца. Для записи ответа используйте T_i, M_0, g, N, i . Здесь N - полное число колец в пружинке.

B4 Запишите модифицированный (учитывающий преджатость) закон Гука для i -го кольца пружины в терминах y_i, y_{i+1}, F_0, K_a и T_i . Ответ запишите на листе ответов **B4**. В системе moodle в качестве ответа напишите «*rdy*».

B5 Получите выражение для координаты y_i кольца с номером i . Для этого запишите выражения для нескольких первых колец и найдите закономерность. Чтобы находить сумму S_n вида

$$S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n$$

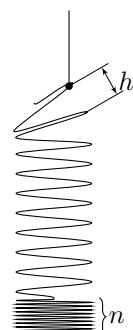
вы можете разбить слагаемые на пары. В качестве одной из таких пар стоит взять пару первого числа и последнего. Ответ запишите на листе ответов **B5**. В системе moodle в качестве ответа напишите «*rdy*».

B6 С помощью графика y_i от i определите коэффициент продольной жесткости K_a одного кольца. 1.0
Запишите величину K_a в СИ в системе moodle.

Часть С. Деформация кручения.

Свяжите 2-3 первых кольца пружинки ниткой и прикрепите нитку к ступеньке так, чтобы пружинка не касалась ступеньки.

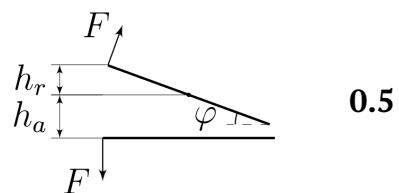
При такой постановке эксперимента основные роли играют сила продольной упругости $F_a = K_a x_a$ и момент силы упругости кручения $M_r = K_r \Delta \varphi$. Углы $\Delta \varphi$ можно считать малыми.



C1 Регулируя положение верхнего конца пружинки, снимите зависимость (не менее 15 точек) расстояния h 1.0 между верхушками закрепленного и следующего за ним не закрепленного кольца от количества n нерастянутых колец у основания «слинки» и постройте график полученной зависимости. Заполните таблицу «C1.xlsx» и сдайте ее в качестве ответа. Обязательно постройте график $h(n)$



- C2** Предполагая, что растяжение колец h имеет две компоненты: h_a — продольное растяжение и h_r — деформация кручения, напишите выражение для эквивалентной жесткости такой системы. Выразите ее через K_a , K_r и геометрические размеры слинки. Ответ запишите на листе ответов C2. В системе moodle в качестве ответа напишите «rdy».



- C3** Выведите формулу, описывающую зависимость из пункта C1. Ответ запишите на листе ответов C3. В системе moodle в качестве ответа напишите «rdy».

- C4** Определите значение K_r .
Запишите величину K_r в СИ в системе moodle.

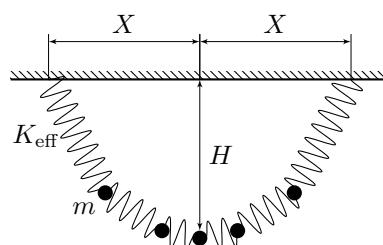
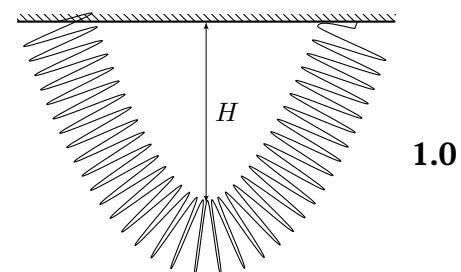
Часть D. Прогиб слинки.

Закрепите два конца «слинки» №3 как показано на фотографиях. Пружинка не должна касаться пола.

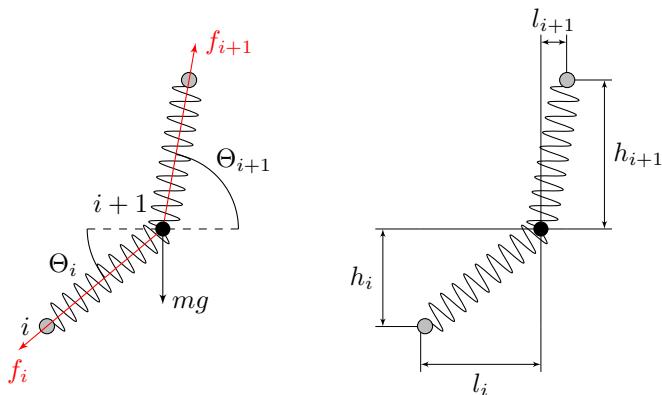


На обеих опорах должно находиться одинаковое количество колец.

- D1** Выставляя по n колец на каждой опоре (на ОБЕИХ опорах РАВНОЕ количество), снимите зависимость (не менее 15 точек) расстояния H между верхушкой самого низкого кольца (выделенного зеленым цветом) и уровнем опор от количества n на одной опоре. Заполните таблицу «D1.xlsx» и сдайте ее в качестве ответа. Обязательно постройте график $H(n)$



В такой конфигурации пружинку можно представить в виде точечных масс m , соединенных между собой пружинами нулевой начальной длины жесткостью K_{eff} . Считайте, что преджатости нет.



D2 Запишите 2-й закон ньютона для $i+1$ -того кольца. Ответ выразите через $f_i, f_{i+1}, m, g, \Theta_i, \Theta_{i+1}$. Нумерация 0.3 колец идет с самого нижнего. Оно имеет номер 0. Ответ запишите на листе ответов **D2**. В системе moodle в качестве ответа напишите «rdy».

D3 Запишите закон Гука для f_i и f_{i+1} . Ответ запишите на листе ответов **D3**. В системе moodle в качестве ответа 0.2 напишите «rdy».

D4 Запишите выражение для h_i и l_i . Ответ выразите через m, N, K_{eff}, X . N – количество висящих колец пружинки. Ответ запишите на листе ответов **D4**. В системе moodle в качестве ответа напишите «rdy».

D5 Считая, что координата самой нижней точечной массы $(0, 0)$, запишите выражение для координаты (x_i, y_i) 0.5 i -й массы. Ответ запишите на листе ответов **D5**. В системе moodle в качестве ответа напишите «rdy».

D6 Запишите выражение для H . Ответ выразите через m, g, K_{eff}, N . Ответ запишите на листе ответов **D6**. В 0.2 системе moodle в качестве ответа напишите «rdy».

D7 На основании пунктов **D1** и **D6** определите K_{eff} . Запишите величину K_{eff} в СИ в системе moodle.. 0.8

Часть Е. Почти финал.

E1 Поставьте пружину на широкую деревянную ступеньку так, чтобы часть стояла на ступеньке, а часть свободно свисала с нее. Снимите зависимость длины висящей части l_0 от ее массы m (не менее 15 точек). Заполните таблицу «E1.xlsx» и сдайте ее в качестве ответа. Обязательно постройте график l_0 от m .



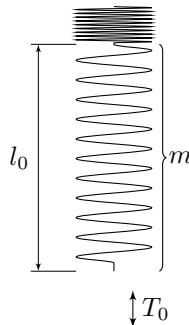
1.0



- E2** Построив график l_0 от m , предложите формулу, которой можно описать экспериментальную зависимость **1.0** $l_0(m)$. Ответ запишите на листе ответов *E2*. В системе moodle в качестве ответа напишите «*rdy*».

Часть F. Точно почти финал...

Расположите пружинку на ступеньке как в части Е. Свисающая часть пружинки должна свободно колебаться.



- F1** Снимите зависимость (не менее 15 точек) периода малых вертикальных колебаний вокруг положения равновесия T_0 от длины ее растянутой части в положении равновесия L_0 . Заполните таблицу «*F1.xlsx*» и сдайте ее в качестве ответа. Обязательно постройте график T_0 от L_0 . **2.0**

- F2** Данная зависимость описывается формулой $T_0^{N_1} = C_1 \cdot L_0$, где N_1 – целое число. Определите значения N_1 и C_1 . Запишите величины N_1 и C_1 в СИ в системе moodle. **1.0**

Часть G. Иду, шагаю по...

Поместите деревянные ступеньки в прорези установки.

- G1** Для разных значений высот ступенек $H_i = (5, 10, 15, 20)$ см определите среднее время t_i прохождения «слинкой» №1 одной ступеньки для каждой из высот. Заполните таблицу «*G1.xlsx*» и сдайте ее в качестве ответа. Обязательно постройте график t_i от H_i . **0.5**

- G2** Повторите для пружинок №2 и №3. Заполните таблицу «*G2.xlsx*» и сдайте ее в качестве ответа. Обязательно постройте графики t_i от H_i . **1.0**

- G3** Для фиксированной высоты ступеньки зависимость времени прохождения от массы пружинки $t(m)$ описывается формулой $t = C_2 \cdot m$. Используя результаты предыдущего пункта, постройте график и определите коэффициент C_2 . Запишите величину C_2 в СИ в системе moodle. **0.5**

- G4** Из полученных экспериментально зависимостей вычислите отношение κ времени прохождения пружинкой одной ступеньки t к времени периода колебаний T_0 пружинки фиксированной длины. **1.0**

$$\kappa = \frac{T_0}{t}$$

Запишите величину κ в системе moodle.