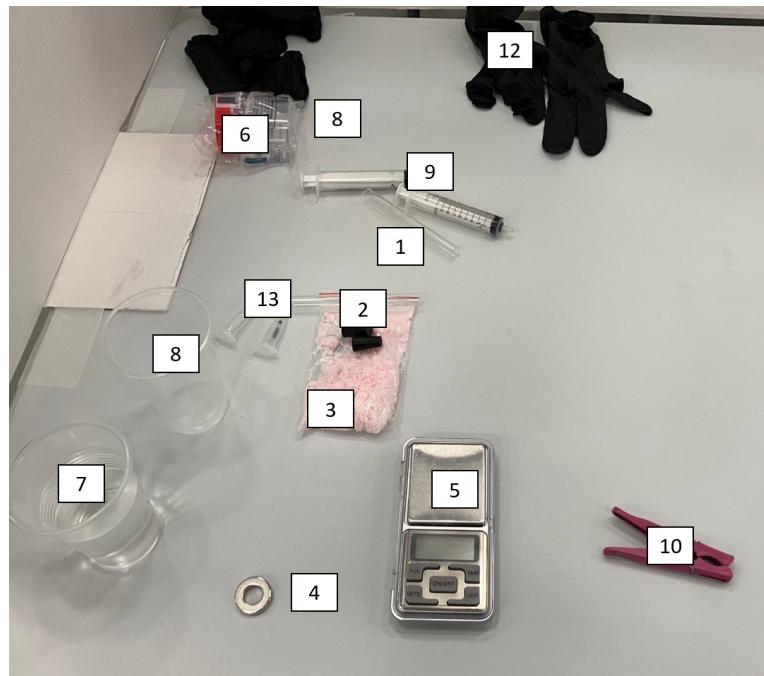




## S1A - Маглев

### Оборудование:

1. Трубка из оргстекла
2. Две пробки для трубы
3. Порошок 4-гидратированного хлорида марганца  $MnCl_2$
4. Неодимовый магнит
5. Весы
6. Баночка для анализов
7. Стакан с водой
8. Стакан для слива
9. Два шприца 10 мл
10. Прищепка
11. Пластиковая ложка
12. Перчатки (M/L/S)
13. Шарики в пробирках



**Примечание:** Ни в коем случае нельзя употреблять порошок в любом виде, не глотайте шарики, не подносите магнит слишком близко к весам, будьте осторожнее с магнитом, он может разбиться.

Плотность воды	$\rho_w = 1.00 \text{ г/см}^3$
Число Авогадро	$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$
Намагниченность магнита:	$\mu_0 M = 1.19 \text{ Тл}$
Молярная масса воды	$\mu_{H_2O} = 18.0 \text{ г/моль}$
Молярная масса хлорида марганца	$\mu_{MnCl_2} = 125,8 \text{ г/моль}$
Плотность раствора хлорида марганца	$\rho_e = \rho_w + \beta \cdot (m_e/m_w - 1)$ , $\beta = 0,351 \text{ г/см}^3$ , где $m_e$ - масса раствора, а $m_w$ - изначальная масса чистой воды, использованной для его приготовления. Предельное отношение, которое вам может понадобиться $m_e/m_w = 2.3$
Ускорение свободного падения	$g = 9.8 \text{ м/с}^2$

### Теория

Магнитных зарядов в природе не существует, но они являются удобным инструментом в расчёте полей. Магнитный заряд  $q_M$  создают такое же по форме поле как электрический заряд:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q_M}{4\pi} \frac{\vec{r}}{r^3}.$$

Магнитный дипольный момент нескольких магнитных зарядов  $q_{M,i}$  равен  $\vec{m} = \sum \vec{r}_i q_{M,i}$



**A1** Пользуясь методами известными из электростатики, выведите поле точечного магнитного диполя с ди-**0.4**  
польным моментом  $\vec{m}$ .

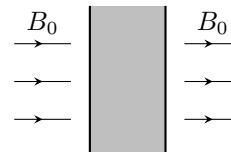
Будем называть упругим диполем диполь, дипольный момент которого пропорционален внешнему полю:

$$\vec{m} = \alpha \cdot \vec{B}.$$

Величину  $\alpha$  называют поляризумостью диполя.

**A2** Найдите энергию упругого диполя в магнитном поле  $B$ , направленном вдоль оси  $z$ . Ответ выразите через **0.4**  
 $\alpha$  и  $B$ .

Пусть молекулы некоторого вещества имеют поляризумость  $\alpha$  и концен-  
**A3** трация этих молекул  $n$  (размерность  $1/m^3$ ). Рассмотрите поведение плос-  
кого слоя такого вещества во внешнем однородном магнитном поле и  
определите магнитную проницаемость вещества  $\mu_e$ . Пренебрегайте вли-  
янием частиц друг на друга, т.е. работайте в приближении  $|\mu_e - 1| \ll 1$ .  
Ответ выразите через  $\alpha$ ,  $n$  и  $\mu_0$ .



**0.4**

Теперь обсудим поведение шара, обладающего магнитными свойствами, во внешнем магнитном поле. Имейте в виду, что поведение магнитных веществ во внешних полях полностью эквивалентно поведению диэлектриков в электрических. Шар радиуса  $R$  с магнитной проницаемостью  $\mu_s$  поместили в однородное поле  $\vec{B}_0$ . Пользуясь опытом электростатики, угадаем распределение полей в пространстве:

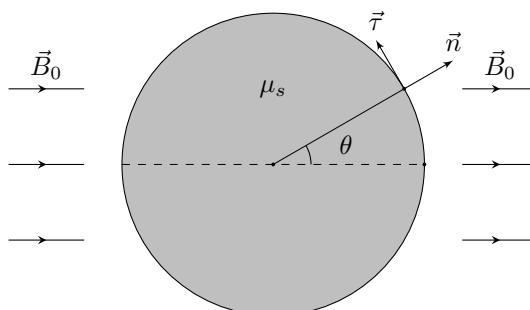
- Внутри шара поле постоянно, сонаправлено с внешним полем и равно  $\vec{B}_{in}$ ;
- Снаружи шара поле является суперпозицией внешнего поля  $\vec{B}_0$  и поля магнитного диполя  $\vec{m} = \alpha_s \cdot \vec{B}_0$ , находящегося в центре шара.

Когда контур, используемый в теореме о циркуляции вектора  $\vec{B}$ , проходит через несколько сред и  $\mu(\vec{r})$  является функцией координат, теорему о циркуляции удобно записывать следующим образом:

$$\oint \frac{\vec{B}(\vec{r})}{\mu(\vec{r})\mu_0} d\vec{l} = I,$$

где  $I$  - ток, пронизывающий контур. Теорема Гаусса для магнитного поля никак не меняет свой вид, когда поверхность лишь частично проходит через несколько сред.

**A4** Запишите граничные условия на  $B_n(\theta)$  и  $B_\tau(\theta)$ .



**0.8**

**A5** Используя граничные условия, найдите  $\vec{B}_{in}$  и  $\alpha_s$ . Ответы выразите через  $\vec{B}_0$ ,  $\mu_s$  и  $R$ .

**0.8**

От решенной нами задачи легко перейти к случаю, когда шар помещен в среду с проницаемостью  $\mu_e$ . Для этого нужно просто сделать замену  $\mu_s \rightarrow \mu_s/\mu_e$  в итоговых ответах.

Материалы выданных вам шариков практически не проявляют магнитных свойств и для них будем считать, что выполняется  $\mu_s = 1$ . Раствор  $MnCl_2$ , который играет роль окружающей среды, является сильным парамагнетиком и за его магнитные свойства ответственны ионы марганца  $Mn^{+}$ . При этом соль  $MnCl_2$



диссоциирует полностью, то есть молярная концентрация ионов  $MnCl_2$  равна молярной концентрации добавленной в сухом виде соли.

Для раствора  $MnCl_2$  выполняется, что

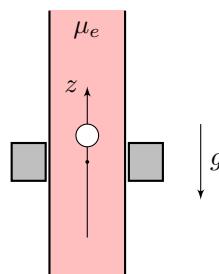
$$\mu_e(c) - 1 = \chi_e(c) = a \cdot c$$

где  $c$  - молярная концентрация ионов  $Mn^{+}$ . Хоть раствор и является сильно парамагнитным, для него выполняется, что  $\chi_e \ll 1$ .

**A6** Выразите  $\alpha_s$  для немагнитного шарика в растворе  $MnCl_2$  через  $a, c$  и  $R$ .

**0.5**

Теперь рассмотрим поведение немагнитного шарика в растворе  $MnCl_2$  в поле кольцевого магнита. Будем считать что шар в неоднородном поле поляризуется как если был в однородном  $\vec{B}$ , которое в отсутствие шара в его центре. Ось  $z$  является осью кольцевого магнита,  $z = 0$  соответствует центру магнита. На оси  $z$  магнитное поле, создаваемое магнитом, равно  $B(z)$ . Плотность раствора равна  $\rho_e$ . Плотность шарика равна  $\rho_s$ . Энергия шарика  $W$  складывается из энергии магнитного диполя с поляризаемостью  $\alpha_s$  и энергии шарика в поле силы тяжести.



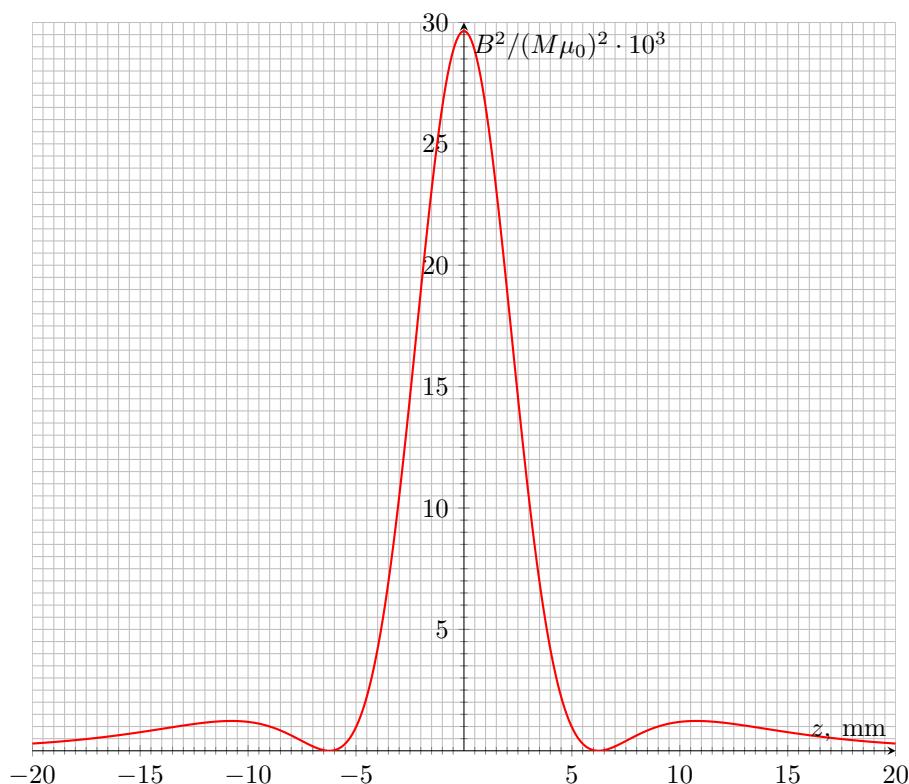
**A7** Найдите  $W$  для шарика, находящегося на оси. Выберите константы так, что магнитная энергия на бесконечности равна нулю; энергия в поле силы тяжести равна нулю при  $z = 0$ . Выразите ответ через  $\rho_s, \rho_e, g, R, \alpha_s, B(z)$  и  $z$ .

**1.0**

**A8** Энергия, полученная в A7, оказывается пропорциональной объему шарика. Найдите удельную энергию  $w = W/V$ . Ответ выразите его через  $a, c, \mu_0, B(z)$  и  $g, z, \rho_e, \rho_s$ .

**0.2**

Ниже приведён график зависимости  $B^2(z)/(\mu_0 M)^2 \cdot 10^3$  от  $z$  для выданного магнита.



В эксперименте можно наблюдать разные случаи поведение шарика в растворе



Случай	при отсутствии магнита	в присутствии магнита
1	всплывает	нет положений равновесия
2	всплывает	1 положение равновесия - под магнитом
3	всплывает	2 положения равновесия
4	тонет	2 положения равновесия
5	тонет	1 положение равновесия - над магнитом
6	тонет	нет положений равновесия

**A9** Определите при каких условиях на  $c$  и  $\rho_s - \rho_e$  реализуются каждый из случаев. Выразите их в терминах  $a$ , **2.0**  $c$ ,  $\mu_0$ ,  $M$ ,  $g$  и значений, характеризующих график зависимости  $B^2(\mu_0 M)^2$  от  $z$ .

### Эксперимент

**A10** Заткните трубку с одной стороны пробкой, залейте раствор. Расположите магнит примерно по середине **1.5** уровня раствора. Изменяя концентрацию концентрацию  $\text{MnCl}_2$  в растворе, как можно точнее измерьте границу перехода из одного случая в другой из **C6** для каждого выданного типа шариков. Концентрацию раствора  $\text{MnCl}_2$  записывайте в терминах  $m_e/m_w$ , где  $m_e$  - полная масса раствора, а  $m_w$  - масса чистой воды, использованной для его приготовления.

**A11** Выданный вам порошок это не чистый  $\text{MnCl}_2$  а 4-гидратированный  $\text{MnCl}_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ , т.е. на каждую молекулу **0.5**  $\text{MnCl}_2$  в порошке приходится четыре молекулы  $\text{H}_2\text{O}$ . При растворении этого порошка в жидкой воде он распадается на ионы  $\text{Mn}^{2+}$  и  $\text{Cl}^-$ , а вода приобретает жидкую форму. Выразите молярную концентрацию  $c$  ионов марганца  $\text{Mn}^{2+}$  в растворе. Для ответа используйте  $\rho_e$ ,  $m_e/m_w$ ,  $\mu_{\text{H}_2\text{O}}$  и  $\mu_{\text{MnCl}_2}$

**A12** По вашим данным рассчитайте значения  $\chi_e$  от  $c$  и постройте график этой зависимости. **1.0**

**A13** Найдите поляризуемость ионов магния  $\alpha_{\text{Mn}^{2+}}$ . **0.5**